

## 1. 計算

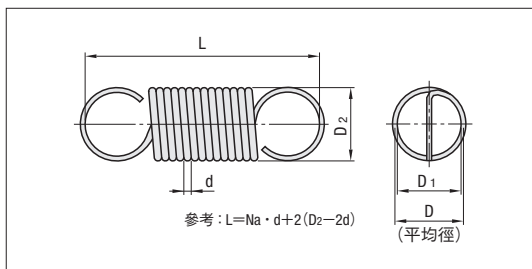
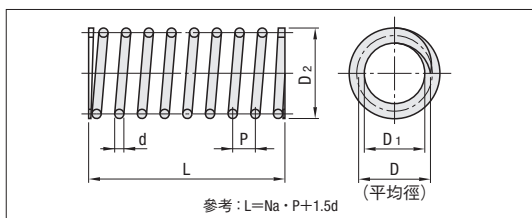
### 1.1 彈簧設計公式中使用的代號

彈簧設計公式中使用的代號,見表1。

表1 符號的意義

代號	代表意義	單位
d	材料的直徑	mm
D <sub>1</sub>	線圈之內徑	mm
D <sub>2</sub>	線圈之外徑	mm
D	線圈之平均徑 = $\frac{D_1+D_2}{2}$	mm
N <sub>t</sub>	線圈總數	—
N <sub>a</sub>	有效圈數	—
L	自由高度(長度)	mm
H <sub>s</sub>	密合高度	mm
p	間距	mm
P <sub>i</sub>	初始張力	N [kgf]
c	彈簧指數 $c = \frac{D}{d}$	—
G	橫向彈性係數	N/mm <sup>2</sup> {kgf/mm <sup>2</sup> }
P	施加於彈簧之荷重	N [kgf]
δ	彈簧之壓縮量	mm
k	彈簧常數	N/mm {kgf/mm}
τ <sub>0</sub>	扭曲應力	N/mm <sup>2</sup> {kgf/mm <sup>2</sup> }
τ	扭曲修正應力	N/mm <sup>2</sup> {kgf/mm <sup>2</sup> }
τ <sub>i</sub>	初始應力	N/mm <sup>2</sup> {kgf/mm <sup>2</sup> }
χ	應用修正係數	—
f	振動數	Hz
U	彈簧積蓄之能量	N·mm {kgf·mm}
ω	單位體積之材質重量	kg/mm <sup>3</sup>
W	彈簧運動部分的重量	kg
g	重力加速度 <sup>(1)</sup>	mm/s <sup>2</sup>

註(1) 在測量法中,重力加速度為9806.65mm/s<sup>2</sup>。



### 1.2 設計彈簧使用的基本公式

#### 1.2.1 壓縮彈簧及無初始張力之拉伸彈簧

$$\delta = \frac{8NaD^3P}{Gd^4} \dots (1) \quad \tau = \chi\tau_0 \dots (5)$$

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{Gd^4}{8NaD^3} \dots (2) \quad d = \sqrt[3]{\frac{8DP}{\pi\tau_0}} = \sqrt[3]{\frac{8\chi DP}{\pi\tau}} \dots (6)$$

$$\tau_0 = \frac{8DP}{\pi d^3} \dots (3) \quad N_a = \frac{Gd^4\delta}{8D^3P} = \frac{Gd^4}{8D^3k} \dots (7)$$

$$\tau_0 = \frac{Gd\delta}{\pi NaD^2} \dots (4) \quad U = \frac{P\delta}{2} = \frac{k\delta^2}{2} \dots (8)$$

#### 1.2.2 有初始張力之拉伸彈簧 (但P>P<sub>i</sub>)

$$\delta = \frac{8NaD^3(P-P_i)}{Gd^4} \dots (1') \quad \tau = \chi\tau_0 \dots (5')$$

$$k = \frac{P-P_i}{\delta} = \frac{Gd^4}{8NaD^3} \dots (2') \quad d = \sqrt[3]{\frac{8DP}{\pi\tau_0}} = \sqrt[3]{\frac{8\chi DP}{\pi\tau}} \dots (6')$$

$$\tau_0 = \frac{8DP}{\pi d^3} \dots (3') \quad N_a = \frac{Gd^4\delta}{8D^3k} = \frac{Gd^4\delta}{8D^3(P-P_i)} \dots (7')$$

$$\tau_0 = \frac{Gd\delta}{\pi NaD^2} + \tau_i \dots (4') \quad U = \frac{(P+P_i)\delta}{2} \dots (8')$$

### 1.3 設計彈簧時應考量事項

#### 1.3.1 橫向彈性係數

設計彈簧使用的橫向彈性係數G值以表2為佳。

表2 橫向彈性係數(G)

材 料	G值 N/mm <sup>2</sup> (kgf/mm <sup>2</sup> )	代 號
彈簧鋼材	78×10 <sup>3</sup> {8×10 <sup>3</sup> }	SUP6,7,9,9A,10,11A,12,13
硬鋼線	78×10 <sup>3</sup> {8×10 <sup>3</sup> }	SW-B,SW-C
鋼琴線	78×10 <sup>3</sup> {8×10 <sup>3</sup> }	SWP
鋼淬煉油線	78×10 <sup>3</sup> {8×10 <sup>3</sup> }	SWO,SWO-V,SWOC-V,SWOSC-V,SWOSM,SWOSC-B
不銹鋼線	SUS 302	SUS 302
	SUS 304	SUS 304
	SUS 304N1	SUS 304N1
	SUS 316	SUS 316
SUS 631 J1	74×10 <sup>3</sup> {7.5×10 <sup>3</sup> }	SUS 631 J1

#### 1.3.2 有效圈數

設計彈簧時,有效圈數算法如下:

(1) 為壓縮彈簧時

$$N_a = N_t - (X_1 + X_2)$$

在這裡X<sub>1</sub>和X<sub>2</sub>:各代表兩端的座端圈數

(a) 線圈僅頂端接觸到下一個自由線圈時 [相當於圖2中(a)~(c)]

$$X_1 = X_2 = 1$$

因此  $N_a = N_t - 2$

(b) 當線圈末端與下一個線圈並不接觸,座端部分長  $\frac{3}{4}$  圈時 [相當於圖2中的(e)及(f)]

$$X_1 = X_2 = 0.75$$

因此  $N_a = N_t - 1.5$

(2) 為拉伸彈簧時 拉伸彈簧的有效圈數算法如下。

但是不含掛鉤部分。

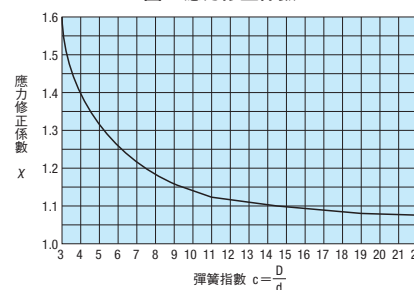
$$N_a = N_t$$

### 1.3.3 應用修正係數

對應於彈簧指數c值的應力修正係數如下公式或圖1。

$$\chi = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c} \dots (9)$$

圖1 應力修正係數:χ



### 1.3.4 密合高度

彈簧的密合高度通常由下面的概略公式中求得。不過,通常採購者不指定壓縮彈簧的密合高度。

$$H_s = (N_t - 1)d + (t_1 + t_2) \dots (10)$$

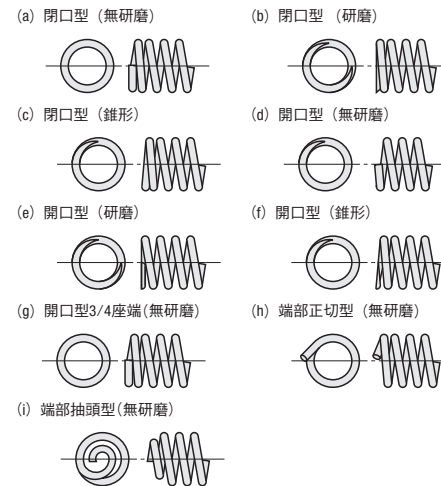
在此公式中(t<sub>1</sub>+t<sub>2</sub>):扁線兩端厚度之和

此外,就壓縮彈簧兩端末處如圖2中的(b)、(c)、(e)和(f)者若須指定其密合高度時,由以下公式所得之數值作為密合高度之最大值,不過必須特別注意的是,視彈簧形狀,有些時候會大過所得數值。

$$H_s = N_t \times d_{max} \dots (11)$$

在此, d<sub>max</sub>:取d的最大容許公差之最大直徑

圖2 線圈端部形狀



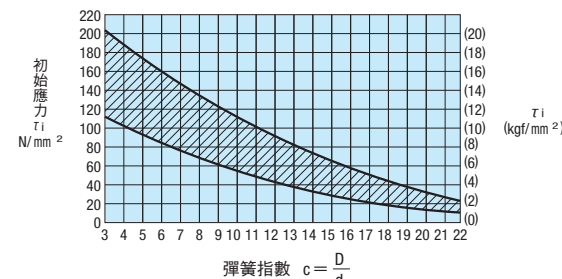
### 1.3.5 拉伸彈簧之初始張力

密合圈冷間成形的線圈彈簧會產生初始張力P<sub>i</sub>,在此例中之初始張力由下列公式算出。

$$P_i = \frac{\pi d^3}{8D} \tau_i \dots (12)$$

此外,密合圈由鋼琴線、硬鋼線等鋼線成形,未進行低溫退火時的初始應力τ<sub>i</sub>是在圖3斜線範圍內。不過,若是鋼線以外材質並實施低溫退火,則圖3斜線範圍內的初始應力值應做以下修正。

圖3 初始應力:τ<sub>i</sub> (鋼線成形低溫退火前之值)



- 不銹鋼線時,將鋼線的初始應力減低15%。
- 根據上面求的數值,成形後經過低溫退火者,鋼琴線、硬鋼線等減低20~35%,不銹鋼線減低15~25%。

參考 從圖3讀出低溫退火前的初始應力值之外,也可從下列經驗公式中算出。

$$\tau_i = \frac{G}{100c}$$

用此公式算出之初始張力例子如下。

(1) 硬鋼線和鋼琴線時 [G=78×10<sup>3</sup>N/mm<sup>2</sup> {8×10<sup>3</sup>kgf/mm<sup>2</sup>}]

初始應力  $\tau_i = \frac{G}{100c} \times 0.75$  (0.75是因實施低溫回火減低25%)

$$P_i = \frac{\pi d^3}{8D} \tau_i = \frac{Gd^4}{255D^2} \times 0.75 = \frac{229d^4}{D^2} \left[ \frac{24d^4}{D^2} \right]$$

(2) 不銹鋼線時 [G=69×10<sup>3</sup>N/mm<sup>2</sup> {7×10<sup>3</sup>kgf/mm<sup>2</sup>}]

初始應力  $\tau_i = \frac{G}{100c} \times 0.8$  (0.8是因實施低溫退火減低20%)

$$P_i = \frac{\pi d^3}{8D} \tau_i = \frac{Gd^4}{255D^2} \times 0.8 = \frac{216d^4}{D^2} \left[ \frac{22d^4}{D^2} \right]$$

### 1.3.6 脈衝

為避免脈衝,選擇時必須避免彈簧原有振動數與對彈簧作用的發振源之所有振動共振。由下列公式算出彈簧原有振動數。

$$f = a \sqrt{\frac{kg}{W}} = a \frac{70d}{\pi NaD^2} \sqrt{\frac{G}{\omega}} \dots (13)$$

在此,  $a = \frac{i}{2}$ : 當兩端自由或固定時

$$a = \frac{2i-1}{4}: 當一端自由一端固定時 i=1,2,3 \dots$$

當鋼的G=78×10<sup>3</sup>N/mm<sup>2</sup> {8×10<sup>3</sup>kgf/mm<sup>2</sup>}、w=76.93×10<sup>-6</sup>N/mm<sup>3</sup> {7.85×10<sup>-6</sup>kgf/mm<sup>3</sup>} 而彈簧的兩端為自由或固定時,彈簧每一次的原有振動數為:

$$f_1 = 3.56 \times 10^5 \frac{d}{NaD^2} \dots (13')$$

### 1.3.7 其他應考量事項

在彈簧設計的計算上,需考量下列事項。

- 彈簧指數** 彈簧指數過小則局部應力會過大,而彈簧指數過大及過小則會產生加工方面的問題。故彈簧指數在熱間成形時應選擇4~15,冷間成形時應選擇4~22的範圍內。
- 縱橫比** 壓縮彈簧的縱橫比(自由高度和線圈平均徑之比例),為確保有效圈數須設定在0.8以上,再加上考慮彎曲因素,一般選擇在0.8~4的範圍內。
- 有效圈數** 有效圈數未滿3者,會使彈簧特性不安定,故應在3以上。
- 間距** 間距超過0.5D者,一般來說因線圈徑會隨著壓縮量(荷重)的增加而變化,由基本式求得的撓性及扭曲應力需加以修正,故設定在0.5D以下。通常間距的推算,以下列概略算式可求得。

$$p = \frac{L - H_s}{N_a} + d \dots (14)$$